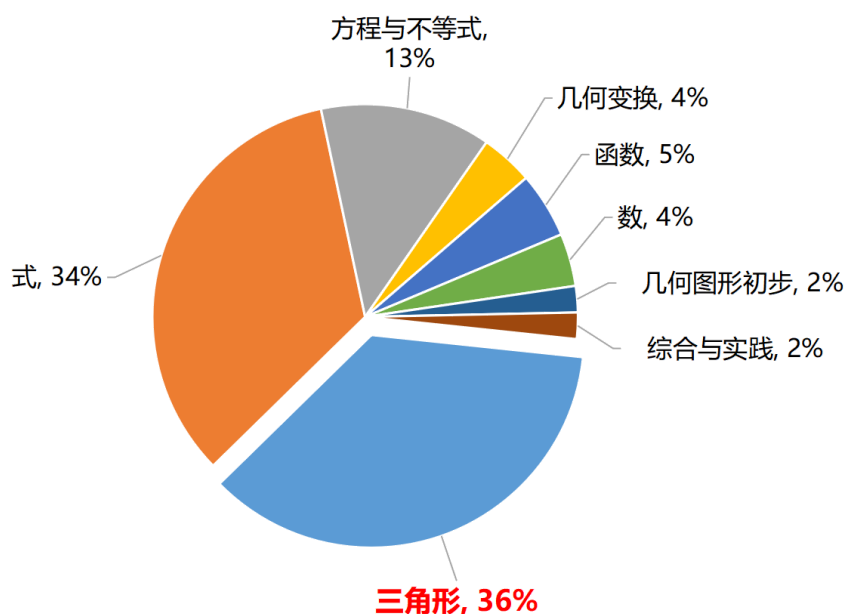


第1讲全等三角形基础

三角形是所有图形的基础，属于人教版教材第十一、十二、十三章的重点内容，涉及到三角形、全等三角形、轴对称等知识点，体系结构较为完整，同时也是期中、期末考试的重要考察点。本模块《全等三角形》，重点包括全等三角形的性质、判定及其综合运用，需要学生在理解概念的基础上，总结一定的解题思路，为后续角平分线，垂直平分线的学习奠定基础。

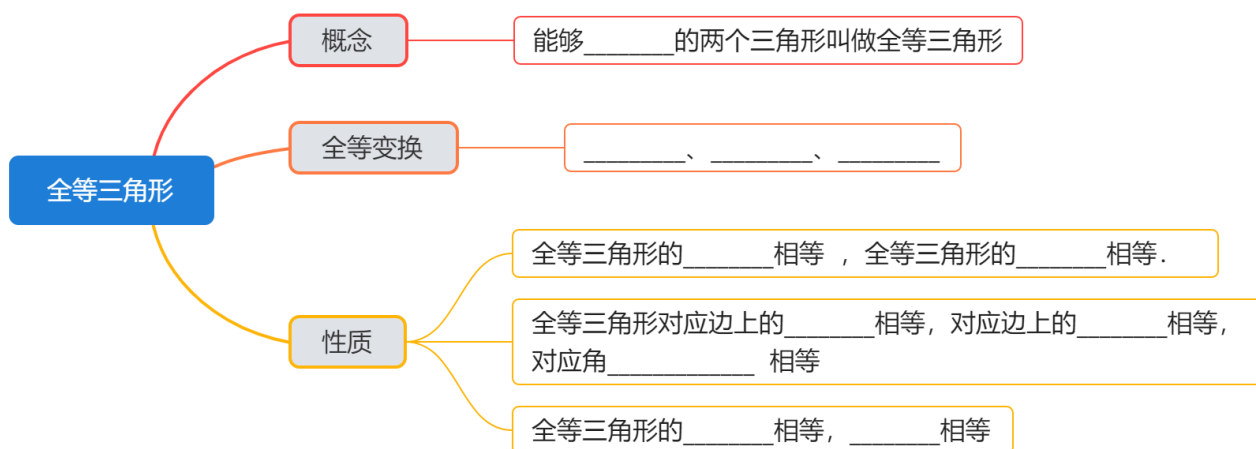
本模块难度中等，适用于全等三角形的专题学习，本模块分为全等三角形基础、全等三角形进阶、2讲内容，配套练习与讲义内容完全对照，帮助学生巩固薄弱点和易错点。

知己知彼

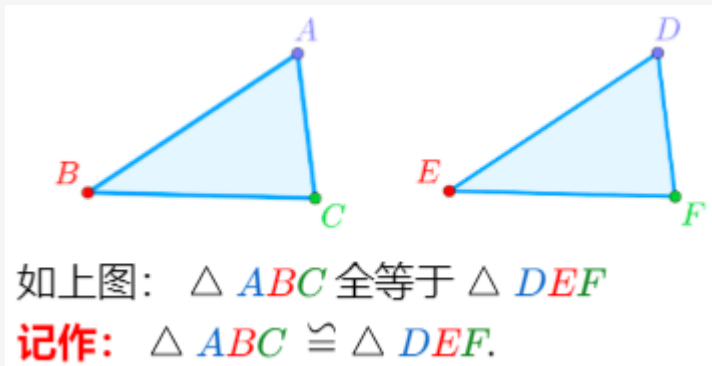


知识点	难度	考频
全等三角形的性质	★★★	高
全等三角形的判定	★★★	高
全等三角形存在性	★★★★	中
二次全等	★★★★	中
基本辅助线	★★★★	中

一、全等三角形的概念与性质

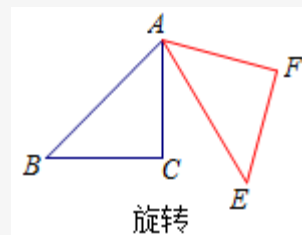
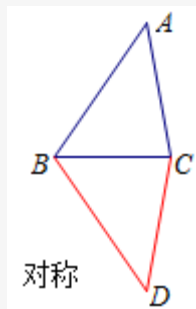
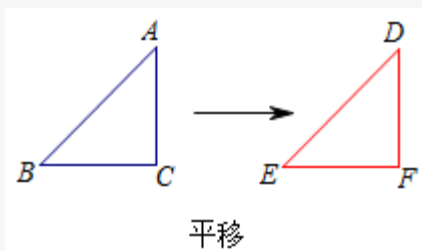


【备注】1.能够完全重合的两个图形就是全等图形．能够完全重合的两个三角形叫作**全等三角形**．能够相互重合的顶点、边、角分别叫作对应顶点、对应边、对应角．全等符号“ $\cong$ ”读作“全等于”．



2.全等变换

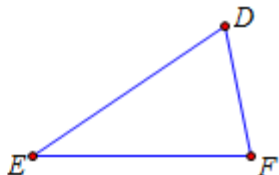
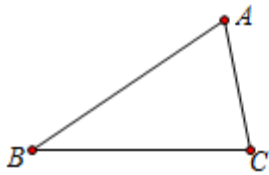
一个三角形经过**平移**、**翻折**、**旋转**后，位置变化了，但是形状、大小都没有改变，即平移、翻折和旋转前后的图形全等．



3.全等三角形的性质

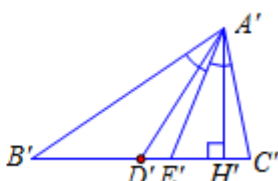
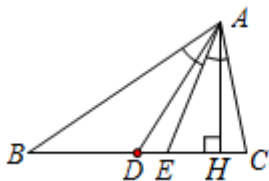
全等三角形的对应边相等，全等三角形的对应角相等．

如图 $AB = DE$ ， $AC = DF$ ， $BC = EF$ ， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ ．



【拓展】

- ① 全等三角形对应边上的中线相等，对应边上的高相等，对应角的角平分线相等。
 ② 全等三角形的周长相等，面积相等。



🍎 举个“栗”子

栗子1

1. 下列说法错误的有几个（ ）。

- ①全等三角形的对应边相等；②全等三角形的对应角相等；③全等三角形的面积相等；④全等三角形的周长相等；⑤有两边和第三边上的高对应相等的两个三角形全等；⑥全等三角形的对应边上的中线相等。

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 5个

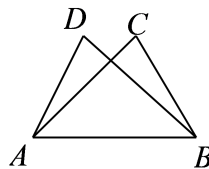
【答案】A

【解析】只有⑤是错误的。

【标注】【知识点】多解或多种判定混合

栗子2

2. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，点A和点B，点C和点D是对应点，如果 $AB = 6\text{cm}$ ， $BD = 5\text{cm}$ ， $AD = 4\text{cm}$ ，那么BC的长是（ ）。



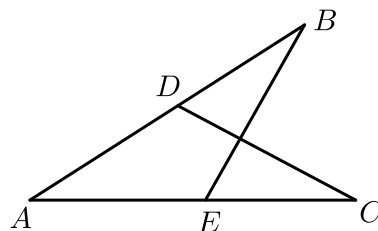
- A. 3cm B. 4cm C. 5cm D. 6cm

【答案】 B

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle BAD$,
 $\therefore BC = AD = 4\text{cm}$.

【标注】 【知识点】 全等三角形的对应边与角

3. 如图，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 边上， $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ， $AC = 15$ ， $BD = 9$ ，则线段 AD 的长是（ ）.



A. 6

B. 12

C. 9

D. 15

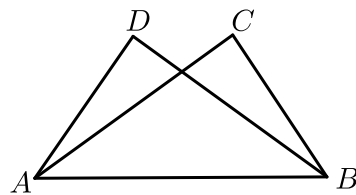
【答案】 A

【解析】 利用全等三角形的性质：对应边相等可得 .

【标注】 【知识点】 全等三角形的对应边与角

栗子3

4. 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，若 $\angle DAC = 20^\circ$ ， $\angle C = 88^\circ$ ，则 $\angle DBA =$ _____ 度 .

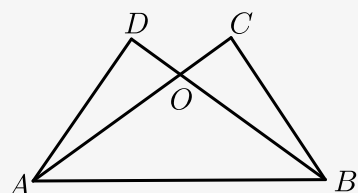


【答案】 36

【解析】 设 AC 、 BD 交于点 O ，

$\because \triangle ABC \cong$
 $\triangle BAD$ ，

$\therefore$

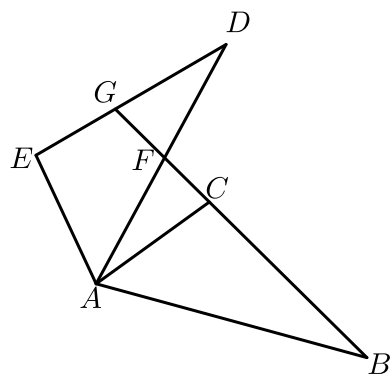


$\angle D = \angle C = 88^\circ$ ， $\angle ABD = \angle BAC$ ，

$\therefore \angle DAC = 20^\circ$,
 $\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle DAC - \angle D = 72^\circ$,
 $\therefore \angle AOD = \angle ABD + \angle BAC$,
 $\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle AOD = 36^\circ$,
 故答案为 36° .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

5. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, BC 的延长线交 DE 于点 G , 若 $\angle B = 24^\circ$, $\angle CAB = 54^\circ$, $\angle DAC = 16^\circ$, 则 $\angle DGB =$ _____ .

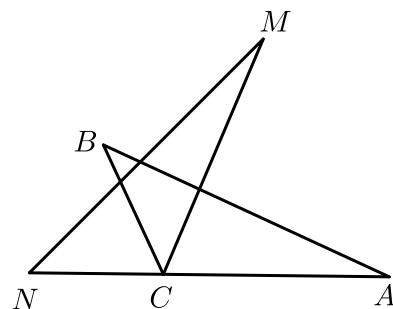


【答案】 70°

【解析】 $\because \angle B = 24^\circ$, $\angle CAB = 54^\circ$, $\angle DAC = 16^\circ$,
 $\therefore \angle AFB = 180^\circ - (\angle B + \angle CAB + \angle DAC) = 86^\circ$,
 $\therefore \angle GFD = \angle AFB = 86^\circ$,
 $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle B = 24^\circ$,
 $\therefore \angle D = \angle B = 24^\circ$,
 $\therefore \angle DGB = 180^\circ - \angle D - \angle DFG = 70^\circ$,
 故答案为 : 70° .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 A 、 C 、 N 共线, $\angle A : \angle ABC : \angle BCA = 2 : 4 : 9$, 若 $\triangle MNC \cong \triangle ABC$, 则 $\angle BCM : \angle BCN$ 等于 () .



A. 1 : 1

B. 1 : 2

C. 1 : 3

D. 1 : 4

【答案】 B

【解析】 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle ABC : \angle BCA = 2 : 4 : 9$,

设 $\angle A = 2x^\circ$, 则 $\angle ABC = 4x^\circ$, $\angle ACB = 9x^\circ$,

$$2x + 4x + 9x = 180,$$

解得 $x = 12$,

则 $\angle A = 24^\circ$, $\angle ABC = 48^\circ$, $\angle ACB = 108^\circ$,

$$\therefore \angle BCN = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ,$$

又 $\triangle MNC \cong \triangle ABC$,

$$\therefore \angle ACB = \angle MCN = 108^\circ,$$

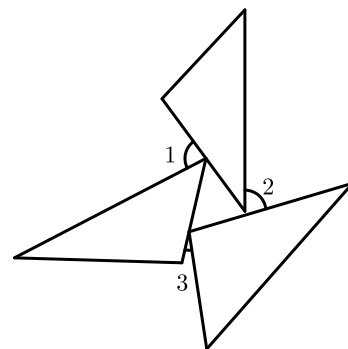
$$\therefore \angle BCM = \angle NCM - \angle BCN = 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM : \angle BCN = 36^\circ : 72^\circ = 1 : 2.$$

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

独步天下1

7. 三个全等三角形按如图的形式摆放, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 的度数是 () .



A. 90°

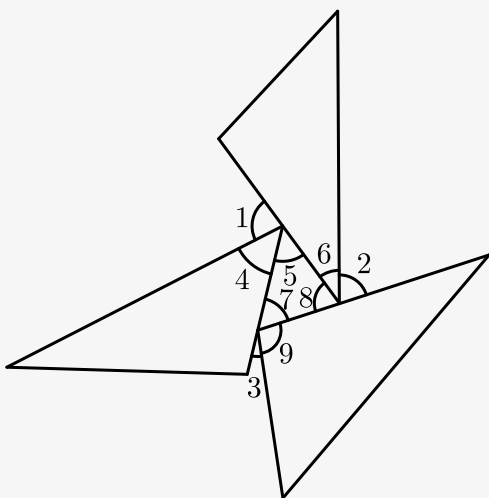
B. 120°

C. 135°

D. 180°

【答案】 D

【解析】如图所示：



由图形可得： $\angle 1 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 8 + \angle 6 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 9 + \angle 7 = 540^\circ$ ，

$\therefore$ 三个全等三角形，

$\therefore \angle 4 + \angle 9 + \angle 6 = 180^\circ$ ，

又 $\therefore \angle 5 + \angle 7 + \angle 8 = 180^\circ$ ，

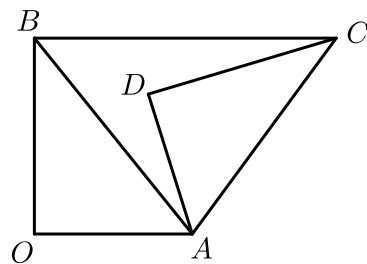
$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + 180^\circ + 180^\circ = 540^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 的度数是 180° 。

故选D。

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

8. 如图， $\triangle AOB \cong \triangle ADC$ ，点B和点C是对应顶点， $\angle O = \angle D = 90^\circ$ ，记 $\angle OAD = \alpha$ ， $\angle ABO = \beta$ ，当 $BC \parallel OA$ 时， α 与 β 之间的数量关系为（ ）。



A. $\alpha = \beta$

B. $\alpha = 2\beta$

C. $\alpha + \beta = 90^\circ$

D. $\alpha + 2\beta = 180^\circ$

【答案】B

【解析】 $\because \triangle AOB \cong \triangle ADC$ ，

$\therefore AB = AC$ ， $\angle BAO = \angle CAD$ ，

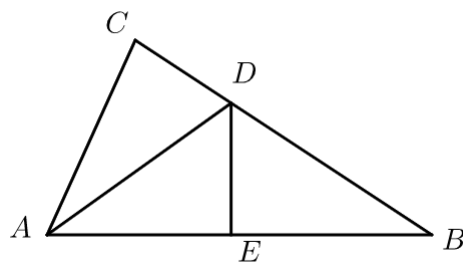
$\therefore \angle BCA = \angle OAD = \alpha$ 。

在 $\triangle ABC$ 中 ,
 $\angle BCA = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha)$.
 $\because BC \parallel OA$,
 $\therefore \angle OBC = 180^\circ - \angle O = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,
 $\therefore \beta + \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ$,
 $\therefore \alpha = 2\beta$.

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

栗子4

9. 如图 , $\triangle ADE \cong \triangle BDE$, 若 $\triangle ADC$ 的周长为12 , AC 的长为5 , 则 CB 的长为 _____ .

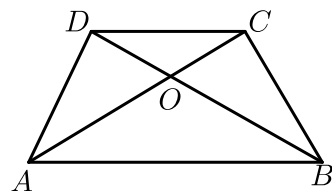


【答案】 7

【解析】 $\because \triangle ADE \cong \triangle BDE$,
 $\therefore DA = DB$,
 $\triangle ADC$ 的周长 $= AC + CD + AD = AC + CD + BD = AC + BC = 12$,
 又 $AC = 5$, ,
 $\therefore BC = 7$,
 故答案为 : 7 .

【标注】【知识点】全等三角形的周长与面积

10. 如图 , 四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , $\triangle DAB \cong \triangle CBA$, 那么图中面积相等的三角形一共有 _____ 对 .



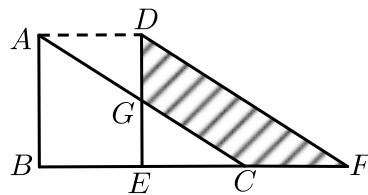
【答案】 3

【解析】 $S_{\triangle DAB} = S_{\triangle CAB}$, $S_{\triangle DOA} = S_{\triangle COB}$, $S_{\triangle DAC} = S_{\triangle DCB}$.

故答案为：3 .

【标注】 【知识点】 全等三角形的周长与面积

11. 如图，将直角 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移得直角 $\triangle DEF$ ，其中 $AB = 8\text{cm}$ ， $BE = 10\text{cm}$ ， $DG = 4\text{cm}$ ，则阴影部分的面积为 _____ .



【答案】 60cm^2

【解析】 $\because AB = DE = 8\text{cm}$, $DG = 4\text{cm}$,

$\therefore GE = DE - DG = 4\text{cm}$,

$\therefore G$ 为 DE 中点 ,

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CEG$,

$\therefore AD = CE = BE = 10\text{cm}$,

$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle DEF} - S_{\triangle GEC}$,

$$\therefore S_{\text{阴}} = \frac{8 \times 20}{2} - \frac{4 \times 10}{2}$$

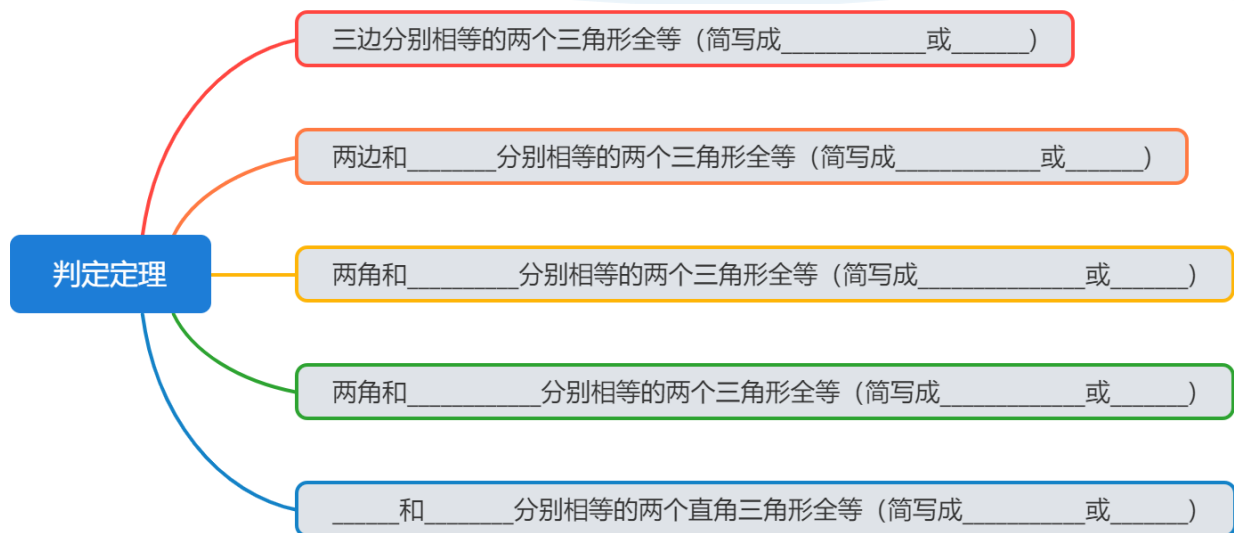
$$= 80 - 20$$

$$= 60\text{cm}^2 .$$

故答案为： 60cm^2 .

【标注】 【知识点】 全等三角形的对应边与角

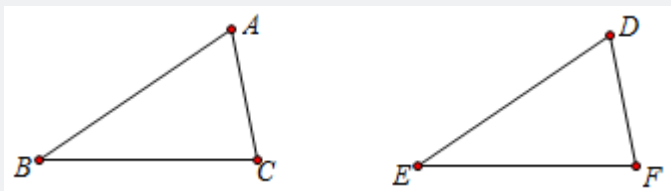
二、 全等三角形的判定



1. SSS (边边边)

1. 基本事实：三边分别相等的两个三角形全等。（可以简写成“边边边”或“SSS”）

【书写过程】



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

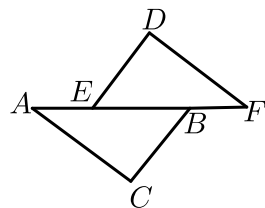
$$\begin{cases} AB = DE \\ AC = DF \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SSS)$

栗子5

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FED$ 中， $AC = FD$ ， $BC = ED$ ，要利用“SSS”来判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FED$ 全等时，下面的4个条件中，可利用的是（ ）。

- ① $AE = FB$
- ② $AB = FE$
- ③ $AE = BE$
- ④ $BF = BE$



A. ①或②

B. ②或③

C. ①或③

D. ①或④

【答案】A

【解析】由题意可得，要用SSS进行 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FED$ 全等的判定，需要 $AB = FE$ ，

若添加① $AE = FB$ ，则可得

$AE + BE = FB + BE$ ，即 $AB = FE$ ，故①可以；

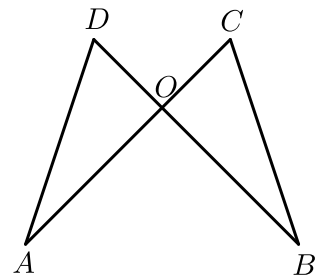
若添加 $AB = FE$ ，则可直接证明两三角形全等，故②可以；

若添加 $AE = BE$ ，或 $BF = BE$ ，均不能得出 $AB = FE$ ，不可以利用SSS进行全等的证明，故③、④不可以。

故选A。

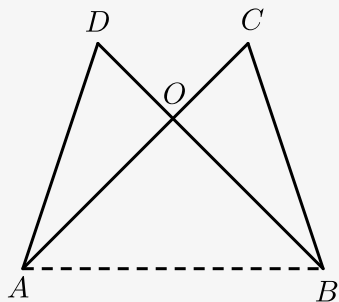
【标注】【知识点】SSS

13. 已知：如图， $AD = BC$ ， $AC = BD$ ，求证： $\angle C = \angle D$ 。



【答案】证明见解析。

【解析】连接AB，



在 $\triangle ADB$ 与 $\triangle BCA$ 中，

$$\begin{cases} AD = BC \\ AB = BA, \\ BD = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle BCA$ (SSS)，

$\therefore \angle D = \angle C$ 。

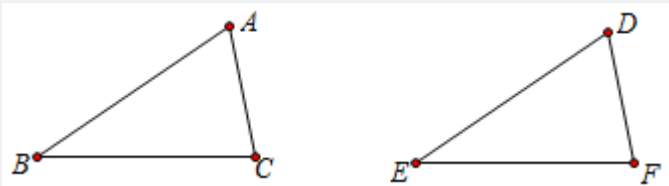
【标注】【知识点】构造简单辅助线证明全等

2. SAS (边角边)

2. 基本事实：两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等

(可以简写成 “边角边” 或 “SAS”) .

【书写过程】



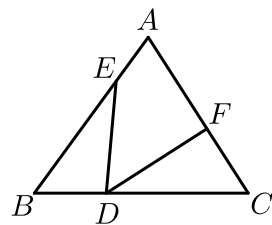
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle B = \angle E \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{SAS})$

栗子6

14. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \angle C = 50^\circ$ ， $BD = CF$ ， $BE = CD$ ，则 $\angle EDF$ 的度数是 _____ .



【答案】 50°

【解析】如图，在 $\triangle BDE$ 与 $\triangle CFD$ 中，

$$\begin{cases} BD = CF \\ \angle B = \angle C = 50^\circ, \\ BE = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CFD (\text{SAS})$,

$\therefore \angle BDE = \angle CFD$,

$\angle EDF = 180^\circ - (\angle BDE + \angle CDF)$

$= 180^\circ - (\angle CFD + \angle CDF)$

$= 180^\circ - (180^\circ - \angle C)$

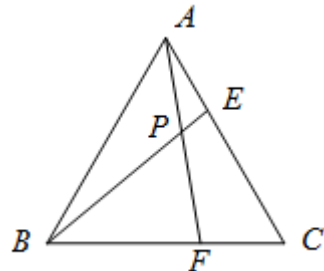
$$= 50^\circ ,$$

$$\therefore \angle EDF = 50^\circ ,$$

故答案是： 50° .

【标注】【知识点】SAS

15. 等边三角形 ABC 的边长为6，在 AC ， BC 边上各取一点 E 、 F ，连接 AF ， BE 相交于点 P ，若 $AE = CF$ ，则 $\angle APB =$ _____ .



【答案】 120°

【解析】 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle BCA = 60^\circ , AB = CA ,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CAF$ 中，

$$\begin{cases} AB = CA \\ \angle BAE = \angle ACF , \\ AE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAF (SAS) ,$$

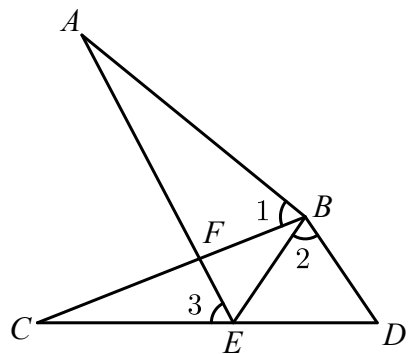
$$\therefore \angle ABE = \angle CAF ,$$

$$\therefore \angle BPF = \angle ABE + \angle BAP = \angle CAF + \angle BAP = \angle BAC = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle APB = 120^\circ .$$

【标注】【知识点】SAS

16. 如图，点 E 在 CD 上， BC 与 AE 交于点 F ， $AB = CB$ ， $BE = BD$ ， $\angle 1 = \angle 2$.



(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CBD$.

(2) 证明： $\angle 1 = \angle 3$.

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】 (1) $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 + \angle CBE = \angle 2 + \angle CBE$, 即 $\angle ABE = \angle CBD$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBD$ 中 ,
$$\begin{cases} AB = CB \\ \angle ABE = \angle CBD \\ BE = BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD$ (SAS) .

(2) $\because \triangle ABE \cong \triangle CBD$,

$\therefore \angle A = \angle C$,

$\because \angle AFB = \angle CFE$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

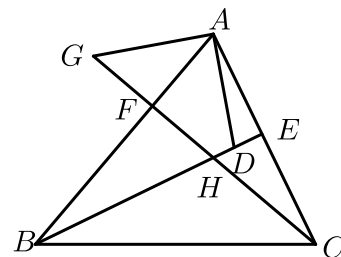
【标注】 【知识点】 SAS

【知识点】 全等三角形的对应边与角

【能力】 推理论证能力

独步天下2

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE 、 CF 分别是 AC 、 AB 两边上的高, 在 BE 上截取 $BD = AC$, 在 CF 的延长线上截取 $CG = AB$, 连接 AD 、 AG . 请探索 AD 与 AG 有什么关系? 为什么?



【答案】 $AD = GA$ 且 $AD \perp GA$.

【解析】 $\because BE \perp AC, CF \perp AB$,

$$\therefore \angle HFB = \angle HEC = 90^\circ ,$$

$$\text{又} \because \angle BHF = \angle CHE ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACG ,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle GCA$ 中 ,

$$\begin{cases} AB = CG \\ \angle ABD = \angle ACG , \\ BD = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle GCA (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore AD = GA \text{ (全等三角形的对应边相等)} .$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle GCA ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle GAC ,$$

$$\text{又} \because \angle ADB = \angle AED + \angle DAE , \angle GAC = \angle GAD + \angle DAE ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle GAD = 90^\circ ,$$

$$\therefore AD \perp GA .$$

【标注】 【知识点】 全等三角形的性质

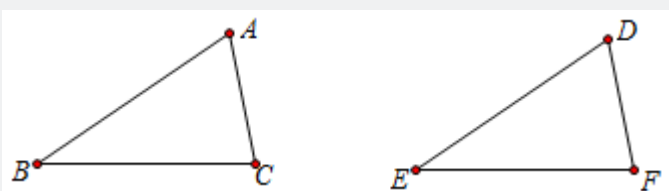
【知识点】 SAS

3. ASA (角边角)

3 . 基本事实 : 两角和它们的夹边分别相等的两个三角形全等

(可以简写成 “角边角” 或 “ASA”) .

【书写过程】



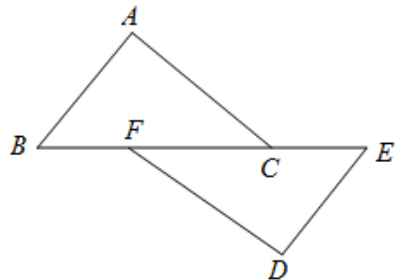
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ BC = EF \\ \angle C = \angle F \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{ASA})$$

栗子7

18. 如图，点B、F、C、E在一条直线上， $BC = EF$ ， $AB \parallel ED$ ， $AC \parallel FD$ ，求证： $AC = DF$ 。



【答案】证明见解析。

【解析】 $\because AB \parallel ED$ ， $AC \parallel FD$ ，
 $\therefore \angle B = \angle E$ ， $\angle ACB = \angle EFD$ 。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 中，

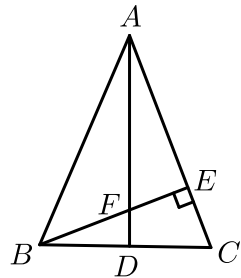
$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ BC = FE \\ \angle ACB = \angle EFD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DFE (\text{ASA})$ ，

$\therefore AC = DF$ 。

【标注】【知识点】ASA

19. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BE \perp AC$ 于点E， $AD \perp BC$ 于点D， $\angle ABE = 45^\circ$ ，AD与BE交于点F，连接CF。求证：



(1) $\angle DAC = \angle EBC$ 。

(2) $\triangle BES \cong \triangle AEF$ 。

(3) $AF = 2BD$ 。

【答案】(1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

(3) 证明见解析 .

【解析】(1) $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ ,$$

$$\because BE \perp AC ,$$

$$\therefore \angle EBC + \angle BCE = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EBC .$$

(2) $\because BE \perp AC$,

$$\therefore \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ ,$$

$$\because \angle ABE = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle ABE = 45^\circ ,$$

$$\therefore AE = BE ,$$

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle AEF$ 中 ,

$$\begin{cases} \angle BEC = \angle AEF = 90^\circ \\ BE = AE \\ \angle EBC = \angle FAE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BEC \cong \triangle AEF (\text{ASA}) .$$

(3) $\because \triangle BEC \cong \triangle AEF$,

$$\therefore BC = AF ,$$

$$\because AB = AC , AD \perp BC ,$$

$$\therefore BD = DC = \frac{1}{2} BC ,$$

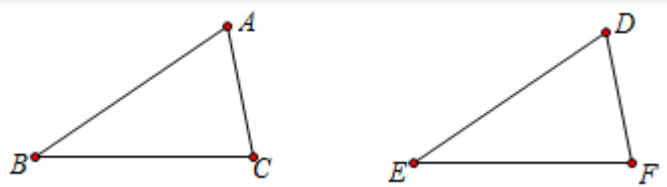
$$\therefore AF = 2BD .$$

【标注】【知识点】ASA

4. AAS (角角边)

4. 推论 : 两个角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等
(可以简写成 “角角边” 或 “AAS”) .

【书写过程】



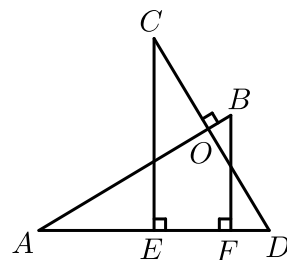
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ \angle C = \angle F \\ AC = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{AAS})$

栗子8

20. 如图, $AB \perp CD$, 且 $AB = CD$, E, F 是 AD 上两点, $CE \perp AD$, $BF \perp AD$, 若 $CE = a$, $BF = b$, $EF = c$, 则 AD 的长为 () .



A. $a + c$

B. $b + c$

C. $a - b + c$

D. $a + b - c$

【答案】 D

【解析】 $\because AB \perp CD, CE \perp AD, BF \perp AD$,

$$\therefore \angle AFB = \angle CED = \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle D = 90^\circ,$$

$$\angle C + \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\text{又} \because AB = CD,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AF = CE = a, DE = BF = b,$$

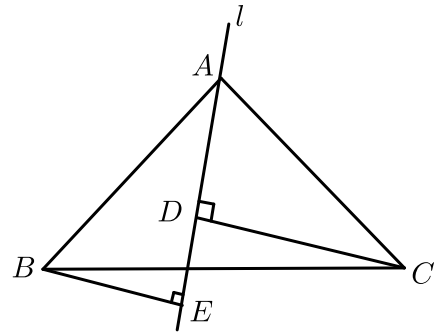
$$\because EF = c,$$

$$\therefore AD = AF + DF = a + (b - c) = a + b - c.$$

故选D.

【标注】 【知识点】 AAS

21. 已知如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, l 是过 A 的一条直线, $BE \perp l$ 于 E , $CD \perp l$ 于 D .



(1) 求证： $BE = AD$.

(2) 若 $BE = 5$, $CD = 7$, 求 DE 的长 .

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) 2 .

【解析】 (1) $\because \angle BAC = 90^\circ$

$$\therefore \angle BAE + \angle CAD = 90^\circ$$

$$\because BE \perp AE$$

$$\therefore \angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ABE$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CAD$ 中

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle CAD \\ \angle AEB = \angle CDA \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAD \text{ (AAS)} .$$

$$\therefore BE = AD .$$

(2) $\because$ 由 (1) 知 $\triangle ABE \cong \triangle CAD$

$$\therefore BE = AD = 5 , AE = CD = 7$$

$$\therefore DE = AE - AD = 7 - 5 = 2 .$$

【标注】 【知识点】 AAS

【知识点】 对应边

【知识点】 全等三角形的对应边与角

【知识点】 全等三角形的性质

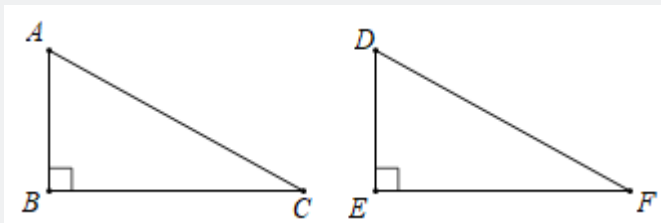
【能力】 推理论证能力

5. HL (斜边、直角边)

5 . 定理：斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等 .

(可以简写成“斜边、直角边”或“HL”)

【书写过程】



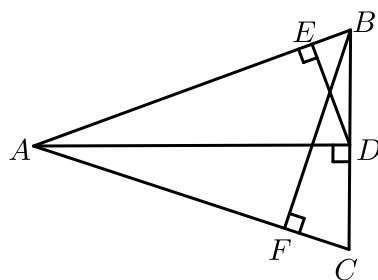
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中

$$\begin{cases} AC = DF \\ AB = DE \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF (\text{HL})$

栗子9

22. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$ 于 D 点, $DE \perp AB$ 于点 E , $BF \perp AC$ 于点 F , $DE = 3\text{cm}$, 则 $BF =$ _____ cm .



【答案】 6

【解析】 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 与 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADB \cong \text{Rt}\triangle ADC$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \times \frac{1}{2} AB \cdot DE = AB \cdot DE = 3AB,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BF,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot BF = 3AB,$$

$$\therefore AC = AB,$$

$$\therefore \frac{1}{2} BF = 3,$$

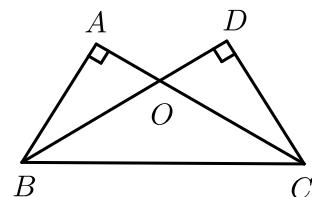
$$\therefore BF = 6.$$

【标注】 【能力】 运算能力

【知识点】 与中线或等分线有关的等积变换

【知识点】HL

23. 已知：如图， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AC = BD$ 。求证：



(1) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$.

(2) $\angle ABO = \angle DCO$.

【答案】(1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】(1) $\because \angle A = \angle D = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 是直角三角形 ,

$\because AC = BD$, $BC = CB$,

$\therefore \text{Rt}\triangle BAC \cong \text{Rt}\triangle CDB (\text{HL})$.

(2) $\because \text{Rt}\triangle BAC \cong \text{Rt}\triangle CDB$,

$\therefore \angle ABC = \angle DCB$, $\angle ACB = \angle DBC$,

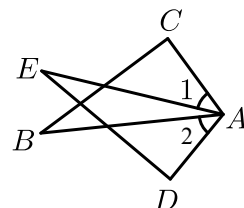
$\therefore \angle ABO = \angle DCO$.

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

6. 多种判定混合

栗子10

24. 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $AC = AD$ ，添加下列条件之一：① $AB = AE$ ，② $BC = ED$ ，③ $\angle C = \angle D$ ，④ $\angle B = \angle E$ ，其中能使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 的条件有（ ）。



A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

【答案】 B

【解析】 已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $AC = AD$ ，由 $\angle 1 = \angle 2$ 知， $\angle BAC = \angle EAD$ ，

加① $AB = AE$ ，就可由SAS判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ，

加③ $\angle C = \angle D$ ，就可由ASA判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ，

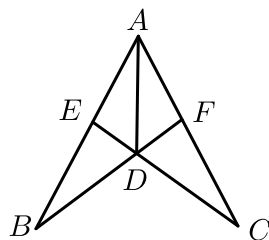
加④ $\angle B = \angle E$ ，就可由AAS判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ，

加② $BC = ED$ ，只具备SSA，不能判定三角形全等，

其中使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 的条件有①③④。

【标注】 【知识点】 多解或多种判定混合

25. 如图， AD 平分 $\angle BAC$ ， $AB = AC$ ，连接 BD ， CD 并延长交 AC ， AB 于 E ， F 点，则此图中全等三角形共有（ ）。



A. 2对

B. 3对

C. 4对

D. 5对

【答案】 C

【解析】 图中全等三角形的对数有4对，有 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ ， $\triangle ABF \cong \triangle ACE$ ， $\triangle AED \cong \triangle AFD$ ， $\triangle EDB \cong \triangle FDC$ 。

理由是： $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ，

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle ADC$ 中，

$$\begin{cases} AD = AD \\ \angle BAD = \angle CAD \\ AB = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC$ (SAS)，

$\therefore \angle B = \angle C$ ， $\angle ADB = \angle ADC$ ，

$\therefore \angle EDB = \angle FDC$ ，

$\therefore \angle ADB - \angle EDB = \angle ADC - \angle FDC$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle ADF$ ，

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle AFD$ 中，

$$\begin{cases} \angle EAD = \angle FAD \\ AD = AD \\ \angle ADE = \angle ADF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle AFD \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE = AF,$$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAF = \angle CAE \\ AF = AE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AB = AC, AE = AF,$$

$$\therefore BE = CF,$$

在 $\triangle EDB$ 和 $\triangle FDC$ 中,

$$\begin{cases} \angle EDB = \angle FDC \\ \angle B = \angle C \\ BE = CF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EDB \cong \triangle FDC \text{ (AAS)}.$$

【标注】【知识点】全等三角形计数问题